

Dies Aufgaben sind nur ein warm-up und haben keine Votierpunkte

- 1 Auf R_a^b ist J_a^b lipschitz. Genauer gilt auch hier

$$|J_a^b(f) - J_a^b(g)| \leq (b-a) \|f - g\|_{[a,b]}.$$

- 2 Die *Thomae-funktion* ist definiert als

$$\tau : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad \tau(x) := \begin{cases} 0, & x \notin \mathbb{Q} \\ 1/q, & x = p/q \text{ mit teilerfremden } p, q \text{ und } q > 0. \end{cases}$$

Zeigen Sie: τ ist auf jedem Intervall $[a, b]$ integrierbar. Konstruieren sie auch eine Folge von Treppenfunktionen, die gleichmäßig gegen τ konvergiert.

- 3 Ist

$$f : [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(t) = \begin{cases} \frac{1}{n+2}, & \frac{1}{n+1} < |t| \leq \frac{1}{n}, \quad n \geq 1, \\ 0, & t = 0, \end{cases}$$

eine Treppenfunktion, eine Regelfunktion, oder keins von beidem?

- 4 *Vertauschungssatz* Eine Cauchyfolge (f_n) in R_a^b versehen mit der Supremumsnorm ist konvergent, und es gilt

$$\int_a^b \lim f_n = \lim \int_a^b f_n.$$

