Ana-2 12

Ss 2021 08.07.2021

Votieraufgaben

1 Klassifizieren und skizzieren sie alle Differenzialgleichungen $\dot{x} = Ax$ in der Ebene mit $\det A = 0$.

2 Schreiben Sie die allgemeine Lösung von

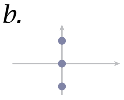
$$\dot{x} = Ax, \qquad A = \begin{pmatrix} \lambda & 1 \\ 0 & \lambda \end{pmatrix}, \quad \lambda < 0,$$

in der Form $x = g(y)$ und skizzieren Sie diese Kurven.

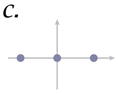
3 Zeichnen sie die Phasenportraits für folgende Konfigurationen von Eigenwerten eines linearen Systems $\dot{x} = Ax$ im $\mathbb{R}^3$.

a.

b.



c.



d.

4 Lösen sie das Anfangswertproblem $\dot{x} = Ax$, $x(0) = x_0$ für folgende A und x_0.

a. $A = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$, $x_0 = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix}$ *b.* $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $x_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \end{pmatrix}$

c. $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$, $x_0 = \begin{pmatrix} 3 \\ -9 \end{pmatrix}$

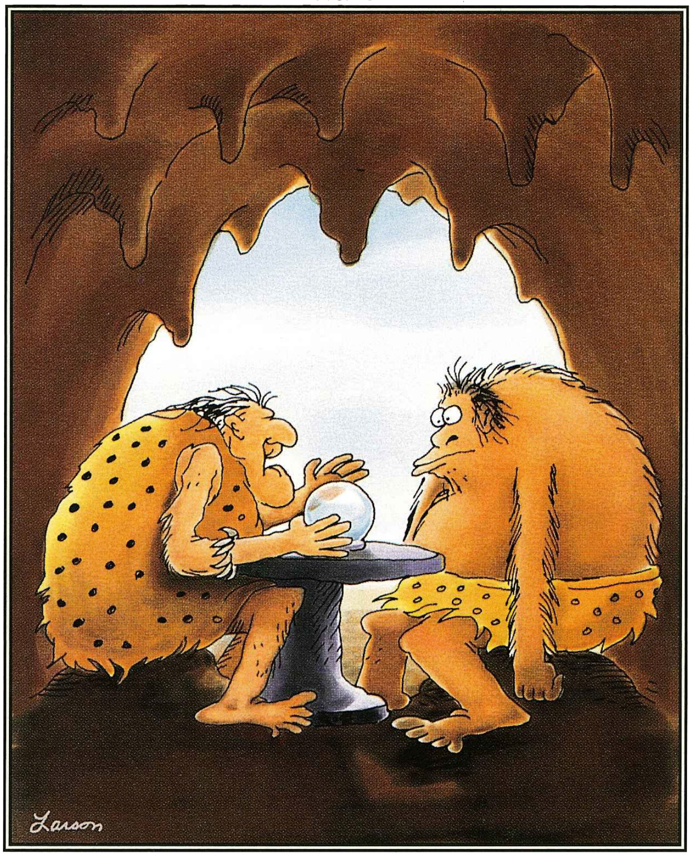
5 Betrachten sie die inhomogene n-dimensionale Differenzialgleichung $\dot{x} = Ax + b$ mit $\det A \neq 0$. Bestimmen sie eine affine Transformation $x = Py + c$, die diese Gleichung in eine homogene Gleichung $\dot{y} = By$ transformiert. Bestimmen sie damit die allgemeine Lösung dieser Gleichung. Wie sieht diese Lösung aus, wenn $\det A = 0$?

Schriftaufgabe

6 Betrachten sie im $\mathbb{R}^3$ die Differenzialgleichung $\dot{x} = Ax$ mit

$$A = \begin{pmatrix} 1 & & \\ 1 & 2 & \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

a. Zu welchem Diagonaloperator ist A ähnlich?
b. Welche Struktur hat die allgemeine Lösung?
c. Bestimmen sie die allgemeine Lösung explizit.
d. Lösen sie damit das Anfangswertproblem mit $x(0) = (2, 4, 3)^\top$.



"I see your little, petrified skull ... labeled and resting on a shelf somewhere."